Chapitre 4 : Droites parallèles et droites perpendiculaires

I Droites parallèles, droites perpendiculaires

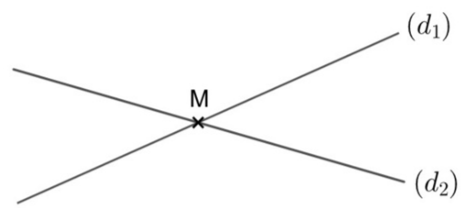
1 Vocabulaire

Sécantes

Définition 1. On dit que deux droites sont **sécantes** si ces deux droites possèdent un unique point en commun appelé point d'intersection.

Exemple 1.

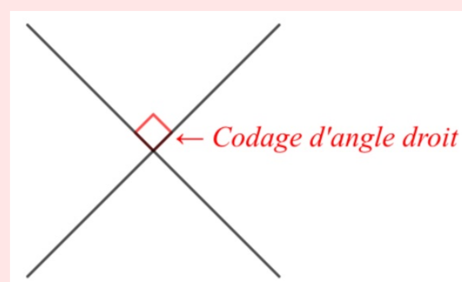
Les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en M.
M est le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2)



Perpendiculaires et parallèles

Définition 2.

- On dit que deux droites sont **perpendiculaires** si ces deux droites sont sécantes et forment quatre angles droits.
- On dit que deux droites sont **parallèles** si ces deux droites ne sont pas sécantes.

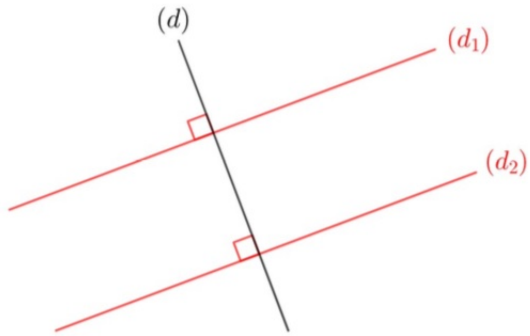


__Notation :__ (On utilise les symboles suivants)
➢ Si (d_1) et (d_2) sont des droites parallèles, on note « (d_1) // (d_2) ».
➢ Si (d_1) et (d_2) sont deux droites perpendiculaires, on note « $(d_1) \perp (d_2)$ ».

Remarque. Deux droites qui possèdent plus d'un point d'intersection sont dites confondues .

2 Propriétés

Propriété 1. ***Si*** *deux droites sont perpendiculaires à une même droite,* ***alors*** *ces deux droites sont parallèles entre elles.*

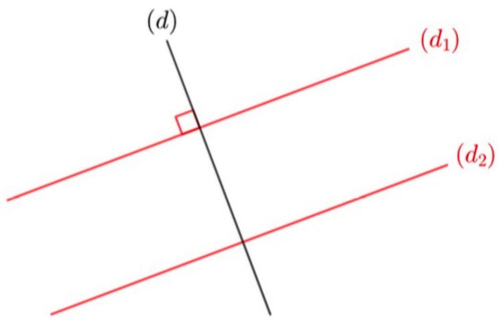


$\Longrightarrow$

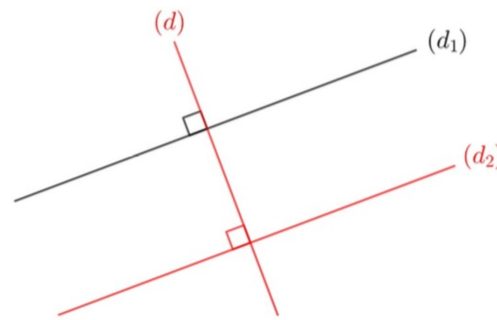
(d_1) // (d_2)

SI *ALORS*

Propriété 2. ***Si*** *deux droites sont parallèles,* ***alors*** *toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.*

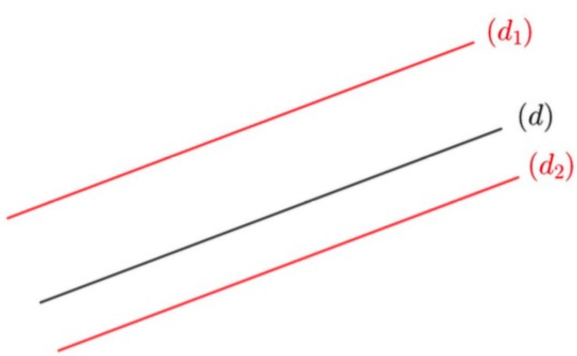


$\Longrightarrow$



(d_1) // (d_2)

Propriété 3. ***Si*** *deux droites sont parallèles à une même droite,* ***alors*** *ces deux droites sont parallèles entre elles.*



$\Longrightarrow$

(d_1) // (d_2)

(d_1) // (d) *ET* (d_2) // (d)

SI *ALORS*

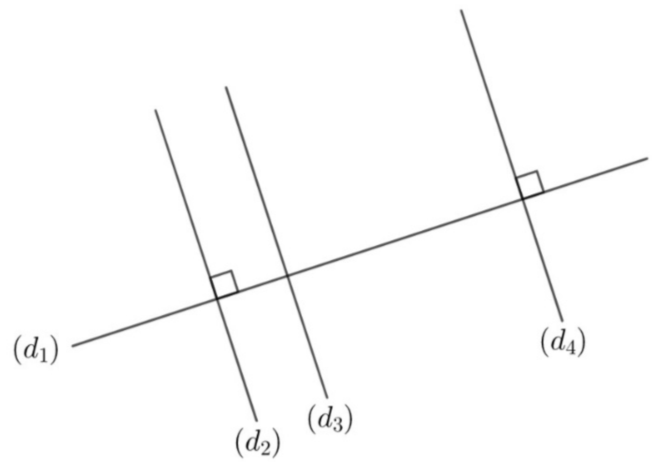
A quoi ça sert ???

- **la propriété 1** permet de démontrer que deux droites sont parallèles à partir de deux paires de droites perpendiculaires.
- **La propriété 2** permet de démontrer que deux droites sont perpendiculaires à partir d'une paire de droites parallèles et d'une paire de droites perpendiculaires.
- **La propriété 3** permet de démontrer que deux droites sont parallèles à partir de deux paires de droites parallèles.

Exemple 2. Rédaction à connaître - Démonstration

On considère la figure suivante ci-contre sur laquelle $(d_2) // (d_3)$

1. Démontrer que $(d_2) // (d_4)$.
2. Démontrer que $(d_1) \perp (d_3)$.
3. Démontrer que $(d_3) // (d_4)$.



Solution :

1. On sait que [(d_2) et (d_4) sont perpendiculaires à d_1].

   Or, [**si** deux droites sont perpendiculaires à une même droite], **alors** [ces droites sont parallèles entre elles].

   On en déduit que [(d_2) et (d_4) sont parallèles].
2. On sait que (d_3) est parallèle à (d_2) et que (d_1) est perpendiculaire à (d_2).

   Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

   On en déduit que (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires.
3. On sait que [(d_3) et (d_4) sont parallèles à (d_2)].

   Or, [**si** deux droites sont parallèles à une même droite], **alors** [elles sont parallèles entre elles].

   On en déduit que [(d_3) et (d_4) sont parallèles].

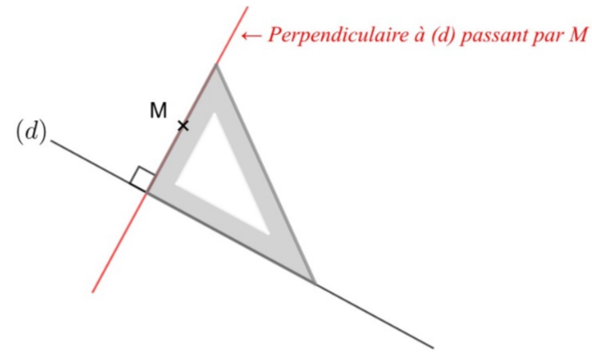
3 Applications : méthodes de construction

Construction d'une perpendiculaire à la règle et à l'équerre.

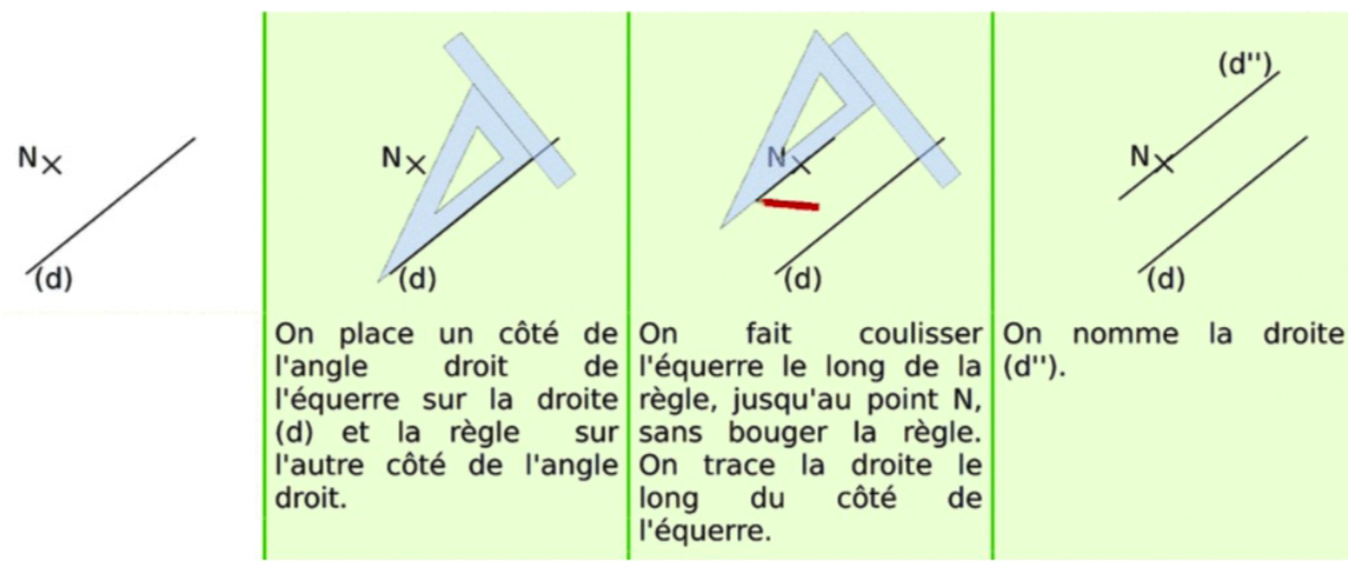
On considère une droite (d) et un point M.

Pour construire la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M, il suffit de placer un des côtés de l'angle droit de l'équerre le long de la droite (d) puis de la faire glisser jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit de l'équerre passe par le point M.

- On trace alors un trait passant par M et perpendiculaire à (d).
- On termine, à la règle, en prolongeant ce trait de chaque côté de (d).



Construction d'une parallèle à la règle et à l'équerre.



Remarque. On utilise la propriété 2

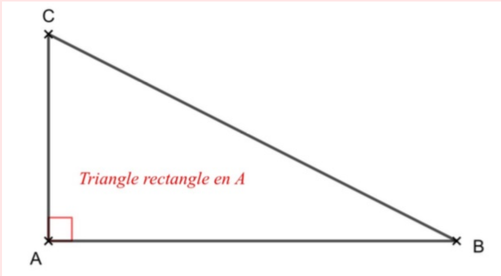
II Quelques figures usuelles

1 Triangle rectangle

Triangle rectangle

Définition 3.

Un triangle **rectangle** est un triangle qui possède un angle droit.

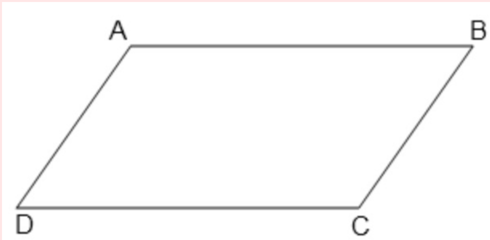


2 Quelques quadrilatères usuels

Parallélogramme

Définition 4.

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui possède ses deux paires de côtés opposés parallèles.



Rectangle

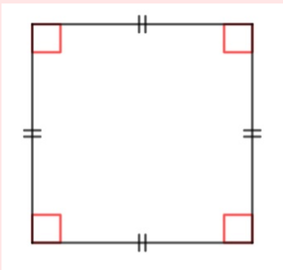
Définition 5.

Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède quatre angles droits.

Carré

Définition 6.

Un **carré** est un quadrilatère qui possède quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.



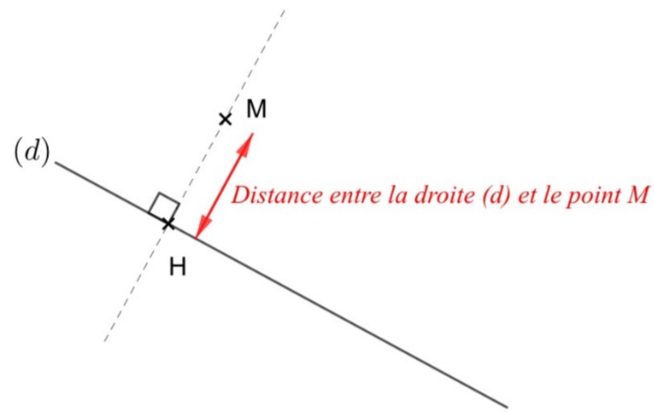
Remarque.

- ➢ un losange est un parallélogramme qui possède deux côtés consécutifs de même longueur.
- ➢ un rectangle est un parallélogramme qui possède un angle droit.
- ➢ un carré est à la fois un losange et un rectangle.

III Distance

1 Entre un point et une droite

Définition 7. La distance d'un point M à une droite (d) est la longueur du plus court chemin entre ce point et la droite (d) : c'est la longueur du segment [MH] où H est le point d'intersection de (d) et de sa perpendiculaire passant par M.



2 Entre deux droites

Définition 8. La distance entre deux droites parallèles d_1 et d_2 est la longueur du plus court chemin entre ces deux droites : c'est la longueur du segment [MN] où (MN) est perpendiculaire à (d_1) avec $M \in (d_1)$ et $N \in (d_2)$.