

# Chapitre 22 : Puissances de 10

## I Puissances de 10

### A L'exposant est un nombre positif

$\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{8 \text{ facteurs}}$  se note  $10^8$  (« 10 **exposant** 8 »)

Donc  $10^8 = \underbrace{100\,000\,000}_{8 \text{ zéros}}$

**Propriété 1.** On considère  $n$  un nombre entier positif

$$10^n = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Et par convention

$$10^0 = 1$$

#### Exemple 1.

Écriture décimale

- $10^0 = 1$
- $10^1 = 10$
- $10^4 = 10\,000$

Notation puissance

- Cent :  $100 = 10^2$
- Mille :  $1\,000 = 10^3$
- Un million :  $1\,000\,000 = 10^6$

### B L'exposant est un nombre négatif

Exposants négatifs

Exposants positifs

...	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	...
...	0,000 1	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000	...
	$\frac{1}{10\,000} = \frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{1\,000} = \frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$						

**Propriété 2.** On considère  $n$  un nombre entier positif

Écriture fractionnaire

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}}$$

Écriture décimale

$$10^{-n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

#### Exemple 2.

Écriture décimale  
 $10^{-5} = 0,000\,01$

Notation puissance  
 $0,01 = 10^{-2}$

Écriture fractionnaire  
 $10^{-9} = \frac{1}{10^9}$

Notation puissance  
 $\frac{1}{10^{11}} = 10^{-11}$

## C Calculer avec les puissances de 10

**Exemple 3.**  $A = 10^4 \times 10^2 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$

$B = \frac{10^5}{10^2} = \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10 \times 10}{\cancel{10} \times \cancel{10}} = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

$C = (10^4)^3 = 10^4 \times 10^4 \times 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^{12}$

**Formules :** n et p sont deux entiers (positifs ou négatifs)

$$10^n \times 10^p = 10^{n+p}$$

$$\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$$

$$(10^n)^p = 10^{n \times p}$$

**Exemple 4.**

$A = 10^4 \times 10^7$   
 $B = \frac{10^4}{10^5}$

$C = \frac{10^{-4}}{10^5}$   
 $D = (10^{-2})^6$

$E = 10^{-4} \times (10^3)^{-1}$   
 $F = \frac{10^7}{10^{-5} \times 10^{-3}}$

**Solution :**

$A = 10^{4+7} = 10^{11}$   
 $B = 10^{4-5} = 10^{-1}$   
 $C = 10^{-4-5} = 10^{-9}$   
 $D = 10^{-2 \times 6} = 10^{-12}$

$E = 10^{-4} \times \frac{1}{10^3} = 10^{-4-3} = 10^{-7}$   
 $F = \frac{10^7}{10^{-5-3}} = \frac{10^7}{10^{-8}} = 10^{7-(-8)} = 10^{15}$

## D Multiplier un nombre par une puissance de 10

**Propriété 3.** Soit n un entier positif non nul

- multiplier un nombre par  $10^n$  revient à décaler chaque chiffre du nombre, de n rang(s) vers la gauche
- multiplier un nombre par  $10^{-n}$  revient à décaler chaque chiffre du nombre, de n rang(s) vers la droite

On ajoute des zéros si nécessaire.

**Exemple 5.**  $5,324 \times 10^2 = 532,4$   
 $7,415 \times 10^6 = 741\,500$

$-18\,025,48 \times 10^{-3} = -18,025\,48$   
 $741 \times 10^{-7} = 0,000\,074\,1$

## II Prefixes de nano à giga (à connaître par ♥)



De l'infiniment petit ..... à l'infiniment grand



nano- n	micro- μ	milli- m	centi- c	déci- d
$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$

déca- da	hecto- h	kilo- k	méga- M	giga- G
$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^6$	$10^9$

**Exemple 6.** Remplace chaque nombre en utilisant les préfixes du tableau précédent

La France a produit 350 000 000 t (tonnes) de déchet	350 Mt
Le disque a une capacité de 2 000 000 000 000 o (octets) de données	2 000 Go
Une bactérie mesure 0,000 002 m	2 $\mu$ m

**Exemple 7.** Ecris les nombres sans leur préfixes

$$3 \text{ hL} = 3 \times 10^2 \text{ L} = 300 \text{ L}$$

$$2,7 \text{ kg} = 2,7 \times 10^3 \text{ g} = 2\,700 \text{ g}$$

$$1\,058 \text{ mm} = 1\,058 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,058 \text{ m}$$

$$9\,400 \text{ ng} = 9\,400 \times 10^{-9} \text{ g} = 0,000\,009\,4 \text{ g}$$

### III Ecriture scientifique et ordre de grandeur

#### A Définitions

**Définition 1.** Un nombre décimal différent de 0 est écrit en notation scientifique lorsqu'il est sous cette forme

$$a \times 10^n$$

avec

- a est un nombre relatif dont **la partie entière est un nombre compris entre 1 et 10, 10 exclu**
- n est un nombre entier relatif

*Remarque.*  $10^n$  est un ordre de grandeur de  $a \times 10^n$  avec  $a > 0$

**Exemple 8.** Donner l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur des nombres suivants

$$A = 26\,000$$
$$B = -144,7$$

$$C = 0,008\,9$$
$$D = 105 \times 10^4$$

$$E = 0,01 \times 10^{11}$$

**Solution :**

- $A = 26\,000 = 2,6 \times 10^4$
  - $B = -144,7 = -1,447 \times 10^2$
  - $C = 0,008\,9 = 8,9 \times 10^{-3}$
  - $D = 105 \times 10^4 = 1,05 \times 10^2 \times 10^4 = 1,05 \times 10^6$
  - $E = 0,01 \times 10^{11} = 1 \times 10^{-2} \times 10^{11} = 1 \times 10^{-2+11} = 1 \times 10^9$
- ordre de grandeur :  $10^4$
  - ordre de grandeur :  $-10^2$
  - ordre de grandeur :  $10^{-2}$
  - ordre de grandeur :  $10^6$
  - ordre de grandeur :  $10^9$

#### B Calculs quand il n'y a que des multiplications et divisions



##### Méthodologie

On « regroupe » les constantes ensemble et les puissances ensemble (les multiplications sont commutatives) et on fait les calculs sur chaque famille. Ensuite on écrit sous forme scientifique le résultat

**Exemple 9.** Calculer les expressions suivantes et exprimer le résultat sous forme scientifique

$$A = 4 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^{-8}$$

$$B = \frac{7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^8}{56 \times 10^{-9}}$$

Solution :

$$\begin{aligned}A &= 4 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^{-8} \\&= 4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8} \\&= 28 \times 10^{-5-8} \\&= 28 \times 10^{-13} \\&= 2,8 \times 10^1 \times 10^{-13} \\&= 2,8 \times 10^{1-13} \\&= 2,8 \times 10^{-12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \frac{7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^8}{56 \times 10^{-9}} \\&= \frac{7 \times 5 \times 10^{-4} \times 10^8}{56 \times 10^{-9}} \\&= \frac{7 \times 5}{56} \times \frac{10^{-4} \times 10^8}{10^{-9}} \\&= \frac{35}{56} \times \frac{10^{-4+8}}{10^{-9}} \\&= \frac{5}{8} \times \frac{10^4}{10^{-9}} \\&= \frac{5}{8} \times 10^{4-(-9)} \\&= 0,625 \times 10^{13} \\&= 6,25 \times 10^{-1} \times 10^{13} \\&= 6,25 \times 10^{-1+13} \\&= 6,25 \times 10^{12}\end{aligned}$$