

# Chapitre 18 : La notation puissance

## I Puissance d'exposant positif : $a^n$

### Notation :

Pour simplifier l'écriture de la somme suivante :  $\underbrace{5+5+5+5+5+5+5+5}_{8 \text{ termes}}$  on écrit :  $5 \times 8$

Pour simplifier l'écriture du produit suivant :  $\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{8 \text{ facteurs}}$  on écrit :  $5^8$



### Puissance d'exposant positif

#### Définition 1.

$a$  est un nombre relatif et  $n$  un nombre entier positif non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

↑ exposant  
↑ se lit « a exposant n »

### Cas particuliers et conventions

•  $a^0 = 1$  pour tout nombre  $a \neq 0$ , par convention

•  $a^1 = a$  pour tout nombre  $a$

•  $1^n = 1$  pour tout nombre entier  $n$

### Vocabulaire :

•  $a^2$  se lit « a au carré » et vaut  $a^2 = a \times a$

•  $a^3$  se lit « a au cube » et vaut  $a^3 = a \times a \times a$

### ⚠ Ne pas confondre - attention aux parenthèses

•  $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

•  $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

### Exemple 1. Quelques exemples

$$A = 7^2$$

$$B = 2^3$$

$$C = 10^4$$

$$D = (-1)^5$$

$$E = 128^1$$

$$F = (-5)^2$$

$$G = -1^2$$

$$H = (-1)^2$$

$$I = -3^3$$

$$J = (-2)^2$$

$$K = (-9)^0$$

$$L = -9^0$$

$$M = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

### Solution :

$$A = 7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$B = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$C = 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

$$D = (-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

$$E = 128^1 = 128$$

$$F = (-5) \times (-5) = 25$$

$$G = -(1 \times 1) = -1$$

$$H = (-1) \times (-1) = 1$$

$$I = -(3 \times 3 \times 3) = -27$$

$$J = (-2) \times (-2) = 4$$

$$K = 1$$

$$L = 1$$

$$M = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$$

## II Puissances d'exposants négatifs



### Puissance d'exposant négatif

#### Définition 2.

$a$  est un nombre relatif et  $n$  un **nombre entier positif non nul**.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

**Rappel** : On dit que  $a^{-1} = \frac{1}{a}$  est l'inverse de  $a$ .

**Exemple 2.** Calculer sous forme de fraction

$$A = 3^{-1}$$
$$B = 4^{-3}$$

$$C = 10^{-5}$$
$$D = (-2)^{-4}$$

$$E = -2^{-4}$$

**Exemple 3.** Ecrire sous forme d'un entier et d'une puissance négative

$$F = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$G = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)}$$

**Solution :**

$$A = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$$

$$C = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$$

$$D = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{16}$$

$$E = -\frac{1}{2^4} = -\frac{1}{16}$$

$$F = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$$

$$G = \frac{1}{(-6)^3} = (-6)^{-3}$$

## III Priorités dans les calculs

La notation puissance est une multiplication « cachée » de plusieurs facteurs.

**Propriété 1.** Dans un calcul sans parenthèses, *les puissances sont prioritaires*

**Remarque** : quand il y a des parenthèses, on commence par effectuer d'abord les calculs entre parenthèses.

**Exemple 4.** Calculer

$$A = 2 - 3^3$$
$$B = 7 \times 2^3$$

$$C = (-4 + 8)^2$$
$$D = 3 + 5 \times 10^3$$

$$E = (3 - 5) \times 2^4$$

**Solution :**  $A = 2 - 3 \times 3 \times 3 = 2 - 27 = -25$  (on réécrit l'opération cachée sous la notation puissance et on calcule)

$$B = 7 \times 8 = 56 \text{ (idem)}$$

$$C = (4)^2 = 4 \times 4 = 16 \text{ (priorité opératoire, l'opération entre parenthèses)}$$

$$D = 3 + 5 \times 10 \times 10 \times 10 = 3 + 5000 = 5003 \text{ (priorité opératoire la puissance réécrite sous forme de multiplication puis la multiplication)}$$

$$E = (-2) \times 2^4 = (-2) \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = -2 \times 16 = -32 \text{ (priorité opératoire, les parenthèses puis réécriture de la notation puissance)}$$