

Chapitre 15 : Ecriture fractionnaire - multiplication et division

I Multiplication

A Multiplication de deux fractions

Propriété 1. Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux .

Soient a, b, c, d des nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, on a $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Remarque. Avant de calculer, on cherche à simplifier !

Exemple 1. Calculer en donnant le résultat en simplifiant au maximum le résultat

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{8}{11}$$

$$A = \frac{2 \times 8}{3 \times 11}$$

$$\boxed{A = \frac{16}{33}}$$

$$B = \frac{5}{9} \times \frac{2}{25}$$

$$B = \frac{5 \times 2}{9 \times 25}$$

$$B = \frac{\cancel{5} \times 2}{9 \times \cancel{5} \times 5}$$

$$\boxed{B = \frac{2}{45}}$$

$$C = 4 \times \frac{7}{36}$$

$$C = \frac{4}{1} \times \frac{7}{36}$$

$$C = \frac{4 \times 7}{1 \times 36}$$

$$C = \frac{\cancel{4} \times 7}{1 \times \cancel{4} \times 9}$$

$$\boxed{C = \frac{7}{9}}$$

$$D = -\frac{3}{5} \times \frac{5}{-7}$$

$$D = -\frac{3 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times (-7)}$$

$$D = -\frac{3}{-7}$$

$$\boxed{D = \frac{3}{7}}$$

$$E = \frac{8}{-9} \times 15$$

$$E = \frac{8}{-9} \times \frac{15}{1}$$

$$E = \frac{8 \times 15}{(-9) \times 1}$$

$$E = \frac{8 \times \cancel{5} \times \cancel{3}}{(-3) \times \cancel{3} \times 1}$$

$$E = \frac{40}{-3}$$

$$\boxed{E = -\frac{40}{3}}$$

B Résolution de problèmes

Exemple 2. Julie dépense les $\frac{4}{5}$ de ses 30€ pour offrir un cadeau à son amie. Quel est le prix du cadeau ?

Solution : On doit calculer les $\frac{4}{5}$ de 30 :

$$\frac{4}{5} \times 30 = \frac{4}{5} \times \frac{30}{1} = \frac{4 \times 6 \times 5}{5 \times 1} = \frac{4 \times 6}{1} = 24.$$

Le cadeau coûte 24€

Exemple 3. Paul occupe les $\frac{12}{35}$ de ses loisirs par le sport et $\frac{5}{6}$ de ce sport est consacré à l'entraînement. Quelle est la proportion de ses loisirs occupés par ses entraînements sportifs ?

Solution : On doit calculer $\frac{5}{6}$ de $\frac{12}{35}$

$$\frac{5}{6} \times \frac{12}{35} = \frac{5 \times 12}{6 \times 35} = \frac{\cancel{5} \times 2 \times \cancel{6}}{\cancel{6} \times 7 \times \cancel{5}} = \frac{2}{7}.$$

La proportion des loisirs occupée par des entraînements sportifs est de $\frac{2}{7}$

C Inverse

D Inverse d'un nombre



Inverse

Définition 1. Deux nombres sont l'inverse l'un de l'autre si leur produit est égal à 1

Exemple 4. $0,5 \times 2 = 1$ donc l'inverse de 0,5 est 2 et l'inverse de 2 est 0,5

Propriété 2. L'inverse d'un nombre a non nul est le nombre $\frac{1}{a}$

Exemple 5. L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$

L'inverse de -4 est $\frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$

⚠ Ne pas confondre « opposé » et « inverse »

Exemple 6. L'opposé de 10 est -10 et l'inverse de 10 est $\frac{1}{10}$

E Inverse d'une fraction

Propriété 3. Soient a et b deux nombres relatifs non nuls, l'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$

Exemple 7. Inverse de...

L'inverse de $\frac{12}{13}$ est $\frac{13}{12}$

L'inverse de $\frac{15}{-7}$ est $\frac{-7}{15}$

L'inverse de $\frac{1}{8}$ est $\frac{8}{1} = 8$

II Division

Propriété 4. Pour diviser deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie la première fraction avec l'inverse de la seconde fraction .

Soient a, b, c, d des nombres relatifs avec $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$, on a $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemple 8.

$$A = \frac{5}{4} : \frac{9}{7}$$

$$A = \frac{5}{4} \times \frac{7}{9}$$

$$A = \frac{5 \times 7}{4 \times 9}$$

$$A = \frac{35}{36}$$

$$B = \frac{11}{4} : 22$$

$$B = \frac{11}{4} : \frac{22}{1}$$

$$B = \frac{11}{4} \times \frac{1}{22}$$

$$B = \frac{11 \times 1}{4 \times 22}$$

$$B = \frac{\cancel{1} \times 1}{4 \times 2 \times \cancel{11}}$$

$$B = \frac{1}{8}$$

$$C = \frac{\frac{21}{6}}{\frac{15}{7}}$$

$$C = \frac{21}{6} : \frac{15}{7}$$

$$C = \frac{21}{6} \times \frac{7}{15}$$

$$C = \frac{21 \times 7}{6 \times 15}$$

$$C = \frac{\cancel{7} \times \cancel{7}}{6 \times \cancel{3} \times 5}$$

$$C = \frac{49}{30}$$

$$D = -\frac{4}{\frac{4}{3}}$$

$$D = -4 : \frac{4}{3}$$

$$D = -4 \times \frac{3}{4}$$

$$D = -\frac{4}{1} \times \frac{3}{4}$$

$$D = -\frac{\cancel{4} \times 3}{1 \times \cancel{4}}$$

$$D = -\frac{3}{1}$$

$$D = -3$$

III Enchaînements d'opérations

A Calculs

? Ne pas écrire

Rappel des priorités opératoires

1. d'abord les calculs entre parenthèses
2. puis on effectue les multiplications et les divisions
3. et enfin on effectue les additions et les soustractions

Exemple 9.

$$A = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{9}$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{3 \times 1}{4 \times 9}$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{\cancel{3} \times 1}{4 \times \cancel{3} \times 3}$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{3+1}{12}$$

$$A = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}$$

$$A = \frac{1}{3}$$

$$B = 5 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)$$

$$B = 5 \times \left(\frac{1 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3} \right)$$

$$B = 5 \times \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6} \right)$$

$$B = 5 \times \left(\frac{-1}{6} \right)$$

$$B = \frac{5}{1} \times \frac{-1}{6}$$

$$B = -\frac{5}{6}$$

Exemple 10. Joanna a commencé à repeindre sa chambre. Lundi elle a peint les $\frac{3}{5}$ de sa chambre.

Mardi elle a peint $\frac{1}{4}$ de ce qu'il lui restait à peindre.

1. Quelle fraction de sa chambre a-t-elle peint le mardi ?

2. Quelle fraction de sa chambre lui reste-t-il à peindre le mercredi ?

Solution :

1. lundi : $\frac{3}{5}$, reste : $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

Mardi : $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

2. Reste à peindre le mardi $\frac{2}{5}$ et elle peint $\frac{1}{10}$, donc $\frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$