Chapitre 7 : Proportionnalité

I Reconnaître une situation de proportionnalité

A Avec un tableau

Méthode : Pour savoir si un tableau est un tableau de proportionnalité, on divise le nombre de la seconde ligne par le nombre de la première ligne pour chaque colonne du tableau. Si tous les quotients sont égaux, c'est une situation de proportionnalité et le quotient obtenu est le coefficient de proportionnalité .

Exemple 1. Est-ce une situation de proportionnalité ?

Masse de tomates (en kg)	2	5	9
Prix (en €)	5	12,5	22,5

Solution : $\dfrac{5}{2} = 2,5$ $\qquad \dfrac{12,5}{5} = 2,5$ $\qquad \dfrac{22,5}{9} = 2,5.$

Comme tous les quotients sont égaux, c'est un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est 2,5. Donc le prix des tomates est proportionnel à la masse de tomates et 1 kg de tomate coûte 2,5 €.

B Avec un graphique

Exemple 2. Soit le tableau suivant :

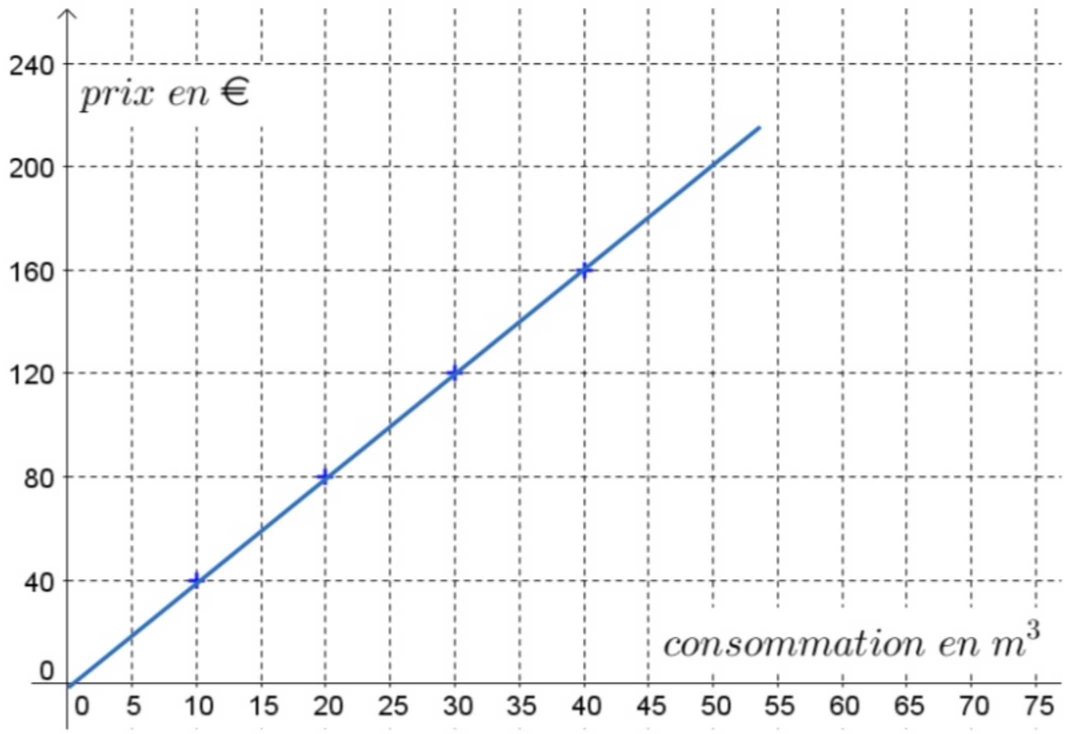
Consommation en m^3	10	20	30	40
Prix en €	40	80	120	160

Est-ce une situation de proportionnalité ?

Solution : On calcule : $\dfrac{40}{10} = 4$ $\qquad \dfrac{80}{20} = 4$ $\qquad \dfrac{120}{30} = 4$ $\qquad \dfrac{160}{40} = 4.$

Tous les coefficients sont égaux, c'est donc une situation de proportionnalité.

Place les points précédents sur le repère suivant, abscisse « consommation en m^3 » et en ordonnées « prix en € ». Comment ce graphique représente-t-il une situation de proportionnalité ?



Propriété 1. *Une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère .*

II Compléter un tableau de proportionnalité

Quatrième proportionnelle

Définition 1. Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, si l'on connaît 3 cases, alors on peut calculer la valeur manquante, appelée quatrième proportionnelle.

Les principales techniques sont :

1. Utilisation du coefficient de proportionnalité
2. Le retour à l'unité
3. En utilisant les relations entre les colonnes (addition ou soustraction **de deux colonnes**, multiplication ou division **d'une colonne**)
4. En utilisant l'égalité des produits en croix

? Ne pas écrire

Méthode du plus simple au plus complexe : coefficient de proportionnalité - retour à l'unité - égalité des produits en croix puis relations entre colonnes

Exemple 3. En 4h de marche, nous parcourons 10 km. Calculer pour 6h de marche le nombre de km parcouru.

Temps (h)	4	6
Distance (km)	10	

— Avec le coefficient de proportionnalité :

Solution : on cherche par quel nombre nombre on multiplie 4 pour obtenir 10 : $4 \times ... = 10$. C'est le nombre $\dfrac{10}{4} = 2,5$. $6 \times 2,5 = 15$.

— Retour à l'unité :

Solution : Pour 1h, on parcourt $\dfrac{10}{4} = 2,5$ km, donc pour 6h : $2,5 \times 6 = 15$ km.

— Utilisation des relations d'homogénéité et de linéarité - avec cette même méthode, calculer la distance parcourue en 10h :

Solution : Pour passer de 4h à 6h, on multiplie par 1,5. On utilise la multiplication d'une colonne, soit $10 \times 1.5 = 15$ km. Puis on utilise l'addition de deux colonnes 4h+6h=10h donc $10 + 15 = 25$ km.

— En utilisant l'égalité des produits en croix

Temps (h)	4	6
Distance (km)	10	a

Solution : Je nomme a la quatrième proportionnelle.

Égalité des produits en croix

Soient a, b, c et d quatre nombres non nuls.

Dire que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ revient à dire que $a \times d = b \times c$

Le tableau est un tableau de proportionnalité donc on peut écrie le coefficient de proportionnalité (comme égalité de deux quotients).

$$\frac{10}{4} = \frac{a}{6}$$

On sait que les produits en croix sont égaux.

Égalité des produits en croix : $4 \times a = 10 \times 6$.

Calcul pour trouver a (passage à l'unité) : $a = \dfrac{6 \times 10}{4} = 15$

Autrement dit , on multiplie les nombres connus sur la diagonale et on divise par le 3e nombre connu.

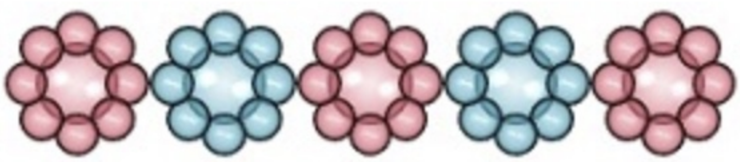
III Ratio

Définition 2. On dit que deux nombres a et b sont dans le **ratio** 2 : 3 si $\dfrac{a}{2} = \dfrac{b}{3}$. On lit le ratio « 2 pour 3 ».

On dit que trois nombres a,b et c sont dans le **ratio** 2 : 3 : 4 si $\dfrac{a}{2} = \dfrac{b}{3} = \dfrac{c}{3}$.

Remarque. Si deux nombres a et b sont dans le **ratio** 2 : 3 alors on a aussi $\dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{3}$

Exemple 4. Voici un bouquet



Il y a trois fleurs rouges pour deux fleurs bleues. On peut écrire le ratio 3 :2.
On peut écrire de manière équivalente les proportions de chaque fleur, en calculant d'abord la somme des fleurs $3+2=5$, d'où les fleurs rouges sont en proportion $\frac{3}{5}$ et les bleues $\frac{2}{5}$.

Exemple 5. Les nombres a et 75 sont dans le ratio 2 :5. Quelle est ma valeur du nombre a ?
Solution : $\frac{a}{75}=\frac{2}{5}$ donc $a=\frac{75\times 2}{5}=30$

Exemple 6. 240 €sont partagés entre Juliette et Ninon dans le ratio 2 :3. Combien chacune d'elles reçoit-elle ?
Solution : Partage inégal, le nombre total de part est $2+3=5$. Donc les 240 € sont partagés en 5 parts égales, 2 reviennent à Juliette et 3 reviennent à Ninon.
Une part : $240 \div 5 = 48$, donc Juliette reçoit $48\times 2 = 96$ € et Ninon en reçoit $48\times 3 = 144$ €

Exemple 7. L'écran d'un téléphone portable est défini par le ratio 18 :9 (hauteur :largeur). Sachant que la hauteur de l'écran est de 117 mm, quelle est sa largeur ?
Solution : On a $\frac{h}{18}=\frac{l}{9}$ donc $\frac{117}{l}=\frac{18}{9}$

$l=\frac{9\times 117}{18}=58,5$ mm

Exemple 8. Un coffret contient des perles vertes, rouges et blanches. Le ratio entre le nombre de perles rouges R, le nombre de perles vertes V et le nombres de perles blanches B est de 5 :3 :2. Sachant qu'il y a 90 perles rouges, combien y a-t-il de perles vertes, de perles blanches ?

Solution : On a $\frac{R}{5}=\frac{V}{3}=\frac{B}{2}$. Comme il y a 90 perles rouges, on a $\frac{90}{5}=\frac{V}{3}=\frac{B}{2}$.
Calcul de V : $\frac{90}{5}=\frac{V}{3}$ d'où $V=\frac{90\times 3}{5}=\frac{270}{5}=54$
Calcul de B : $\frac{90}{5}=\frac{B}{2}$ d'où $B=\frac{90\times 2}{5}=\frac{180}{5}=36$
Il y a 54 perles vertes et 36 perles blanches.