

Exemples d'étude et de résolution d'éqs. diff. séparées.

Nombre 1 Demontly Somme

Q1: Equation diff. linéaire du 1^{er} ordre (M1 ex p 362)
 Recherche l'équation différentielle
 $2x(1+x)y' + (1+2x)y = 1$
 sur tout intervalle ouvert I de \mathbb{R}
 la fonction inconnue y étant supposée à valeurs \mathbb{R} .

- Eq normalisée $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{2x(1+x)}$
- Variation de la constante
- Problème de raccord en $x=0$

Q2: Equation d'Euler (Jor 10.32 p 360) ^(M1 p 36)
 Déterminer toutes les applications $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$
 dérivable sur \mathbb{R}_+^* et telles que
 $\forall t \in \mathbb{R}_+^*, f'(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$.

- Non en eq' du ps
- Chgt de variable φ u $t = e^u$
- jeu se ramène à une eq' df scal
- Soit $\lambda \in \mathbb{C}$ const
- résout par analyse-synthèse

Q3: Equation diff. linéaire d'ordre 2 à csp non constants
 Recherche l'équation différentielle
 $(E) (t^2-3)x'' - 4tx' + 6x = \frac{(t^2-3)^3}{t}$
 sur $I =]\sqrt{3}; +\infty[$

- Recherche de sol' polynomiales γ
- base de S_c
- Variation des constantes

Q4: Utilisation de séries entières (M1 p 217) + ^{226 p 26}
 Déterminer les solutions de
 $(E_0) y'' - xy = 0$
 développables en série entière (autour en 0)
 A-t-on toutes les solutions de (E_0) ?

- Rensauvement par analyse-synthèse
- Algorithme de
- on a les sol' qui sont sté.

Q5: Eq. df non linéaire: Equation de Riccati ^(M1 p 236)
 Recherche:
 $(1-x^3)y' + x^2y + y^2 - 2x = 0$

- se ramène à Bernoulli
- dès que l'on connaît une sol' part
- Bernoulli se ramène à une eq' linéaire par chgt var.
- On peut en faire un ps (M1), en suivant la démarche.