

1) Furla RP $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx$ p 223

2) PS d'algèbre et de différentiel Furla p 230 / Poivre Algèr p 174-175

3) Bonne d'Euler.

4) Alho p 418 et 53

Ex 22. Exercices d'étude d'intégrales impropres.

Jardouin. Niveau 3

Ex 1. Manipuler la définition. (67 p. 155)

Soit $f: [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, continue, tel $\int_0^{+\infty} \frac{f(t)}{t} dt$ cv.

1°) Soient $a, b \in \mathbb{R}_+^*$. On $\int_0^{+\infty} \frac{f(at) - f(bt)}{t} dt$ cv, et calculer sa valeur

2°) Application: Si $a, b > 0$, calculer $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} dt$.

Ex 2. Fonction à valeurs dans \mathbb{R}^+ (13, 25, 2e p 21)

Etudier l'intégrabilité de $x \mapsto e^{-(\ln x)^a}$,
 pour $x \in [1; +\infty[$, a valeurs dans \mathbb{R} ,
 pour $a \in \mathbb{R}_+^*$ pas.

Ex 3. Prix en ordonne d'une intégrale semi-cv. (13e p 211)

1°) Etudier l'intégrabilité de f sur $[1; +\infty[$
 Considez une fct $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ sur $[1; +\infty[$

2°) Et. des l'intégrabilité de f sur le même intervalle

Ex 4. Fonction Γ d'Euler (13 p. 220-221-224, (Aut 221-224))

1°) Pour tout $x \in]0; +\infty[$,
 montrer que l'application $t \mapsto t^{x-1} e^{-t}$ est
 intégrable sur $]0; +\infty[$.

On appelle fonction Γ d'Euler l'application

$$\Gamma:]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

2°) On $\forall x \in]0; +\infty[$, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$
 et que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\Gamma(n+1) = n!$

3°) On Γ est C^∞ sur $]0; +\infty[$ et que $\forall k \in \mathbb{N}$
 $\forall x \in]0; +\infty[$, $\Gamma^{(k)}(x) = \int_0^{+\infty} (\ln t)^k t^{x-1} e^{-t} dt$.

4°) On $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

(i) utiliser que la def.
 Eg. Intégration définie d'une fct. conv.
 Obj. certain, y compris l'algèbre, l'analyse
 (i) pas explicité de ce "tape".
 Eg. p. d'analyse, d'analyse.

(ii)
 Écarter avec le "fac" de a
 fac rapel à !
 si $a < 1 \rightarrow$ rien à dire, cv
 si $a > 1 \rightarrow$ "règle de l'hopital", cv.

Eg. (iii) m. et a, l'usage,
 fonction, \mathbb{R} , la continuité, l'analyse
 Obj. d'un semi-cv. sur $]0; +\infty[$
 l'usage de l'algèbre, l'analyse.

6. de synthèse,
 avec de recherche
 et de confiance.

Autre: n

$$\int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

si $x > 0$
 l'usage de l'algèbre, l'analyse
 l'usage de l'algèbre, l'analyse