

Ex1 Delaunay RP p 231/235

isométrie rectangulaire

- valeurs propres possibles, valeurs de ± 1
- espaces propres sont orthogonaux
- déterminer les isométries d'espaces euclidiens qui sont aussi des endomorphismes

Ex2 Delaunay p 318/319.

$A \in M_n(\mathbb{R})$ antisymétrique

a) A semblable à $P = \begin{pmatrix} P_{k_1} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{k_r} \end{pmatrix}$ $P_k = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$ $\alpha \in \mathbb{R}^+$

b) valeurs propres réelles de A ? déterminant ?

Ex3 Rodfeld: AG p 716 (cf Rueda aussi) - Etude de SO.

Th. de Cartan-Dieudonné.

- 1) $n = \dim(E) \geq 2$. Toute isométrie de E peut s'écrire comme produit d'au plus n réflexions
- 2) En déduire que $SO_3(\mathbb{R})$ est engendré par les rotations
- 3) $SO_3(\mathbb{R})$ est compact et connexe par arc.

Ex4 Décomposition polaire.

1) $A \in GL_n(\mathbb{R}) \exists ! (O, S) \in O_n(\mathbb{R}) \times S_n^+(\mathbb{R})$ $A = OS$

2) $GL_n(\mathbb{R})$ classe des $M_n(\mathbb{R})$

3) $A \in M_n(\mathbb{R})$, $A = OS$ avec $O \in O_n(\mathbb{R})$ et $S \in S_n^+(\mathbb{R})$

Ex5 Shandels p 337 Groupe diédral

D_n , $n = n(0, \frac{2\pi}{n})$ et $s = s(0, \frac{\pi}{n})$.

EST Points extrémaux de la seule unité de $\mathbb{Z}(\epsilon)$

X-ENS p130, ex 2.28 \rightarrow états de $O(\epsilon)$