

Exercices d'algèbre et géométrie

301 : Exercices sur les groupes

→ * cocycle de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$

* Groupe d'automorphismes 10.13 Shalika

* Lemme de Cauchy (Delany p31 Alg AP ⊕ Gourdon p20)

302 : Exercices faisant intervenir la notion de congruence et divisibilité dans \mathbb{Z}

* RSA a bien développé avec l'exemple (Furber)

→ * $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ cyclique par l'existence d'un élément d'ordre $p-1$ (Furber p89 (A)
+ Perrin Alg III.2.7 pour 24
quelques

303 : Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout

(NF) * $X \mapsto AX - XB$ automorphisme de $M_n(\mathbb{C})$ (Rouald' 02 ex 25. p 21 / X-ens
(NF) * Résultat de Bézout entre $(1-X)^n$ et X^n (Rouald' p24 Alg 2 p165
pgcd $(X^n - 1, X^m - 1)$ Shalika ?

RSA Furber

305 : Exercices illustrant l'existence de nombres premiers

→ DL : cocycle de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ Ketele

DL : critère d'existence (avec Perron p67)

306 : Exercices faisant intervenir la notion de PGCD et PPCM

* Théorème de Lagrange (Rouald' 02 p31 / ex 27. p43 Shalika)

* PGCD $(X^n - 1, X^m - 1)$ de $\mathbb{C}[X]$, ex 4.5 Shalika (Sourina p66 Alg)

* Critère d'existence Ketele p203 + Sourina Alg III p67

* Groupe commutatif d'ordre n est cyclique par PPCM (e^{-1}) (Rouald' p34)

307 : Exercices faisant intervenir des déterminants

* nombre de déterminants par Rouald' 02 31.2 p155 (Alg. Élévée)
⊕ Rodot.

(NF) * colle de peules Ketele p200

309: Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles, IR-C
 * Théorème de Kronecker (Rohrbach Alg 2 ou p 106 / X-CVS Alg 1 p 213 + Caldero)
 * Gauss-Lucas Sorana p 71 / Gourdon Alg ex 6 p 70 / X-CVS Alg 1 ex 5.43
 * PGCD(P, P') Furlon ex 1.14 p 22
 * Déterminants - plus d'ex: d'opérateur Sorana p 105 Rohrbach 02 p 69 p 229

310: Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes

* Famille de polynômes orthogonaux Furlon 3.1 p 74
 * Réécriture d'une équation matricielle $AE = A(A^2 + A) = 0$ - Prouce Alg 11 2.5.2 p 88
 (NF) * Exp bijection nilpotents \rightarrow unipotents / $\mathbb{R} \rightarrow \exp(\mathbb{R})$ de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ de $GL_n(\mathbb{C})$ surjective
 Vaton p 203 / X-CVS Alg 2 p 245 / Rohrbach 7.5T

311: Exercices illustrant la notion de ray.

* Application bilinéaire, ray de la somme Prouce Alg 11 p. 1.4.16 p 39
 * Ray \hat{A} et résolu $A = \hat{A}$ (Gourdon p 152 + Delaunay ex 38 p 108)
 * Retour de Gram (Lecteur)

312: Exercices illustrant l'utilisation de matrices inversibles

* Décomposition polaire (Ann Sorana p 233 Alg 2)
 * Les carrés X-CVS Alg 2 p 55
 * $GL_n(\mathbb{C})$ densité de $GL_n(\mathbb{R}) + X_{AB} = X_{BA}$ Sorana p 135 Analyse / Gourdon ex 1 p 105

313: Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires

* Les carrés X-CVS
 * Soit n pts de \mathbb{R}^2 , existe-t-il 1 polygone à n côtés de C_n n ports sans les milieux
 TEU RPSI ex 23.2 p 125 / X-CVS Alg 2 p 233

314: Exercices illustrant l'utilisation de déterminants

* Gram (distances) 1 seuil
 * Etude de la courbure Prouce RPSI Alg 9.8.1 p 232 / Rohrbach 7.7 p 12.
 * Déterminants de S_n et 1 permutation sans p! base X-CVS TEU RPSI 24.21 p 123
 Algèbre 2. 1-33

315: Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés

* Kronecker avec notation complexe (Rohrbach Alg 8.6 p 106 / X-CVS Alg 1 p 213
 Caldero p 55)
 * Disque de Goursat (X-CVS Alg 2 p 72 ex 25 + Antonini)

317: Exercices sur les endomorphismes diagonaux et triangulaires

* Topologie naturelle Sorana p 230 Alg 2
 matrices diagonales de $\mathbb{R}(\mathbb{C})$ sont denses + deux exemples de non

319: Exercices faisant intervenir la décomposition de matrices

* E eulérien $B = \{u \in \mathbb{C}^2 \mid \|u\| \leq 1\}$ points extrémaux, X-ENS Alg 3 p120

321: Ex faisant intervenir la réduction des matrices sym. réelles dans des données variées.

* Décomposition polaire? OCE) extrémaux? cf 319

* $A \in S_n^+(\mathbb{R})$, $\exists T \in GL_n(\mathbb{R})$ tels $A = T^T T$ + relat. avec déterminant

→ * Caractérisation des matrices positives, Gowder ex 4 p259 Sierpinski p321

322: Ex sur les formes quadratiques

* $X \in \mathbb{R}^n$, $q(X) = \int_0^\infty \|X(t)\|^2 dt$ forme quadratique ex 105 p474

* Ell. positive Vecteur

323: Ex de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes

* Théorie de Ptolémée, Ladejaillière p125 (E20) / poullet de la 02 p183
Alg 8 G p118

325: Ex faisant intervenir des isométries affines en dim 2 et 3

* Groupe du triangle (Ptolemée)

→ * Groupe du cube ou Klein

326: Ex faisant intervenir la notion de barycentre ou d'applic. affine

→ * Gauss - Lucas cf L303

* Enveloppe convexe d'un compact (Carathéodory) Alho 52 p230 / X-ENS Alg 3 ex 4.44

328: Ex d'utilisation des transformations en géométrie

Ptolemée?

330: Ex faisant intervenir les angles et les distances en dim 2 et 3

- * Théorie de Poincaré - Roubeld de p188 (L323)
- * Ajout de Buffon - Dupont
- * Groupe diédral (Shardels)

329: Exercices sur les coniques.

② X ellipse de Steiner? ou un

329: Et d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace

- * Groupe diédral Shardels p336

340: Et faisant intervenir des groupes en géométrie.

- * Groupe diédral Shardels p336
- * groupe du triangle?
- * groupe du cube

345: Exercices sur les polygones.

- * groupe diédral
- * Théorie de Pich X-ENS Alg 2 et 458 p324

346: Exemples de problèmes modélisés par des graphes

- * Rong d'appartenance de la signature FFP Pella en 126
- * Livre Müller?

348: Et illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

- * A diego ss: e^A en diego Roubeldi/Bourda (via Dupont)
- * Effets qui jouent et le bill ou autre (Santjan / Shardels) p423
- * Regon spectral X-ENS Alg 2 p155
- * Résultat de eq diff. avec matrice triangulaire?
- * $X \in AK \rightarrow$ la question - Notion de /TEU NP en 17.11 p1107

350: Ex faisant intervenir des opérations élémentaires sur des lignes et des colonnes d'un matrice. Aspect algo.

- * LU avec quoi?
- * Géométrie de groupe linéaire. X-ENS Alg 22 p167 / Roublod?

351: Ex faisant intervenir des polynômes irréductibles.

- ? * Quelques polynômes irréductibles. Gourda p69
- * Gauss-Lucas L309?
- * Critère d'Eisenstein.

353: Ex utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent

- * A diagonalisable, e^A est diagonalisable
- * $A, B \in \mathcal{M}(E) \quad \forall n \in \mathbb{N}(E) \quad \chi_{A+nB} = \chi_{A+nB} \Rightarrow B$ nilpotente ou $BA=B$ P160
- * Exercices de l'indice de nilpotence - Gourda p155
- * Surjectivité de $\exp(\mathbb{R})$

354: Ex sur les cercles et les sphères

- * Volume de la boule unité - Roublod Exos 5.2 p157
- * Aire géométrique - Poursuivi d'1 point A2.1 p158

355: Ex faisant intervenir des automorphismes orthogonaux

- * $O(E)$ est compact L315

356: Ex utilisant les permutations d'1 cycle fini.

- * Décomposition miracle d'1 permutation en produit de transpositions P160 et 10 p60
- * Groupe des permutations. Fuchs RPS: 4.3 p58 / TEU RPS: p1269
- * Dérangements voir Roublod pour inversion de Pascal.

357: Ex utilisant le corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

- * les carrés X-ENS Alg 2
- * Critère d'Eisenstein