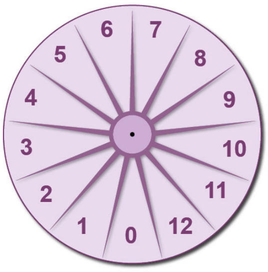
Fiche 6 : Préparer le Brevet

1 On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.



On lance la boule sur le plateau. La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.
La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

a. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ?

Une case est numérotée 8 sur un total de 13 cases. Donc la probabilité que la boule s'arrête sur la case 8 est de : $\frac{1}{13}$.

b. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair ?

6 cases portent un numéro impair

(1, 3, 5, 7, 9 et 11) sur un total de 13 cases.

Donc la probabilité que la boule s'arrête sur un numéro impair est de : $\frac{6}{13}$.

c. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre premier ?

5 cases portent un nombre premier

(2, 3, 5, 7 et 11) sur un total de 13 cases.

Donc la probabilité que la boule s'arrête sur un nombre premier est : $\frac{5}{13}$.

d. Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9.
A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ? Argumenter à l'aide d'un calcul de probabilités.

À chaque lancer la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 est de : $\frac{1}{13}$ et celle que la boule s'arrête sur la case numérotée 7 est aussi de : $\frac{1}{13}$. Il y a donc autant de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 que celle numérotée 7.

2 Le baklava est une pâtisserie traditionnelle dans plusieurs pays comme la Bulgarie ou le Maroc. Il s'agit d'un dessert long à préparer, à base de pâte feuilletée, de miel, de noix ou de pistaches ou de noisettes, selon les régions. Dans un sachet non transparent, on a sept baklavas indiscernables au toucher portant les lettres du mot BAKLAVA.

B A K L A V A

On tire au hasard un gâteau dans ce sachet et on regarde la lettre inscrite sur le gâteau.

a. Quelles sont les issues de cette expérience ?

Les issues de cette expérience sont au nombre de 5 : A, B, K, L, V.

b. Déterminer les probabilités suivantes.

- La lettre tirée est un L.

On suppose qu'il y a équiprobabilité des tirages de chaque gâteau (pas de chaque issue ce qui n'est pas le cas). Il y a 1 lettre L sur un total de 7 lettres donc la probabilité de tirer un L est de : $\frac{1}{7}$.

- La lettre tirée n'est pas un A.

Il y a 4 lettres qui ne sont pas des A sur 7 donc la probabilité que la lettre tirée ne soit pas un A est : $\frac{4}{7}$.

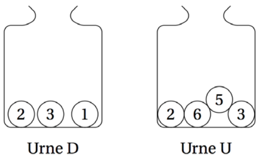
c. Enzo achète un sachet contenant 10 baklavas tous indiscernables au toucher. Ce sachet contient 2 baklavas à base de pistaches, 4 baklavas à base de noisettes et les autres baklavas sont à base de noix. Enzo pioche au hasard un gâteau et le mange ; c'est un gâteau à base de noix. Il souhaite en manger un autre. Son amie Laura affirme que, s'il veut maintenant prendre un nouveau gâteau, il aura plus de chances de piocher un gâteau à base de noix. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

Puisqu'Enzo a pioché et mangé un gâteau à base de noix. Il reste donc dans le sachet : 2 baklavas à base de pistaches, 4 à base de noisettes et 3 à base de noix.

Il a donc maintenant plus de chance de piocher un baklava à base de noisettes soit $\frac{4}{9}$ qu'un baklava à base de noix $\frac{3}{9}$ ou qu'un baklava à base de pistache $\frac{2}{9}$.

Donc ce qu'affirme son ami Laura est faux.

3 Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.



On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

Exemple : en tirant la boule 1 de l'urne D, puis la boule 5 de l'urne U, on forme le nombre 15.

a. A-t-on plus de chances de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

C'est le chiffre des unités qui détermine la parité d'un nombre. On s'intéresse donc uniquement à l'urne U. Cette urne contient deux chiffres pairs (2 et 6) et deux chiffres impairs (5 et 3).

Donc on n'a pas plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair.

On en a autant.

b. Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.

Cette expérience a 12 issues.

Voici la liste des 12 nombres pouvant être formés :

12;13;15;16;22;23;25;26;32;33;35;36

Parmi ces nombres, les nombres premiers qu'on peut former sont 13 et 23.

c. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.

$$\frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre d'issues totales}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

La probabilité de former un nombre premier est donc de $\frac{1}{6}$.

d. Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

On cherche un évènement dont la probabilité est $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$. Il suffit d'en trouver un qui a exactement 4 issues.

Par exemple :

- « Former un nombre inférieur à 20 » a pour issues 12 ; 13 ; 15 ; 16

- « Former un multiple de 3 » a pour issues 12 ; 15 ; 33 ; 36

- « Former un multiple de 4 » a pour issues 12 ; 16 ; 32 ; 36

4 Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur. On replace ensuite la boule dans l'urne et on mélange les boules.

La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$.

a. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$.

L'urne ne contient que des boules vertes ou bleues donc l'évènement « obtenir une boule bleue » est l'évènement contraire de « obtenir une boule verte ». De ce fait, la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à :

$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

b. Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois. Au 7^{e} tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?

Au 7^{e} tirage, Paul aura toujours 2 chances sur 5 d'obtenir un boule verte et 3 chances sur 5 d'obtenir un boule bleue. Il aura donc plus de chance d'obtenir une boule bleue.

c. Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne, sachant qu'il y a 8 boules vertes.

On suppose qu'il y a équiprobabilité.

Notons N le nombre total de boules.

Puisque la probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$ et qu'il y a équiprobabilité on a : $\frac{8}{N} = \frac{2}{5}$

équivaut à $N = \frac{8 \times 5}{2} = 20$.

Parmi les 20 boules que contient l'urne, 8 boules sont vertes et 12 boules sont bleues.