

Exercice 1

1) On a (AD) et (BC) sécantes en O

$$\begin{cases} \frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = \frac{4 \times 9}{8 \times 8} = \frac{9}{16} \\ \frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = \frac{9 \times 3}{6 \times 8} = \frac{9}{16} \end{cases}$$

donc $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$

De plus, les points A, O, D et B, O, C sont alignés dans le même ordre

d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en O

$$(AB) \parallel (CD)$$

D'après le théorème de Thalès $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$

donc $\frac{9}{16} = \frac{AB}{80}$

$$AB = \frac{80 \times 9}{16} = 45$$

[AB] mesure 45 cm.

3) Hauteur totale des meuble : $4 \times AC + 5 \times 2$

calcul de AC.

Le triangle ACD est rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$$(AO + OD)^2 = AC^2 + 80^2$$

$$(36 + 64)^2 = AC^2 + 80^2$$

$$100^2 = AC^2 + 80^2$$

$$AC^2 = 3600$$

$$AC > 0 \text{ donc } AC = \sqrt{3600} = 60 \text{ cm}$$

La hauteur totale du meuble est donc $4 \times 60 + 5 \times 2 = 250$

Le meuble mesure donc 250 cm.

Exercice 2

1) Décomposons chaque nombre en produit de facteurs premiers

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{Le ppcm}(30, 36) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

$$\text{et } 180 = 6 \times 30$$

$$180 = 5 \times 36$$

Elles se rejoignent au bout de 180 min, la voiture A aura parcouru 5 tours tandis que la voiture B aura parcouru 6 tours.

Il sera 12h. (180 min = 3h)

2) $180 \times 3 = 540 \text{ minutes}$

Elles se rejoignent au bout de 9h (le 3^e fois).

Il sera donc 18h00

Exercice 3

1) $1224 = 33 \times 36$

$$1080 = 33 \times 31 + 26$$

Il restera 26 bombes à l'épreuve. Il ne pourra donc pas faire 34 sachets

2) Décomposons les deux nombres: $1224 = 2^3 \times 3^2 \times 17$

$$1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\text{calcul du pgcd}(1225, 1080) = 2^3 \times 3^2 = 72$$

(3)

Il peut donc faire au maximum 72 sachets

$$\text{et } 1225 = 17 \times 72$$

$$1080 = 15 \times 72$$

Le sachet contiendra 17 bonbons au citron et 15 bonbons à l'orange.

Exercice 4.

$$265 = 8 \times 30 + 25$$

Chaque pirate stagiaire aura 8 pièces d'or et le chef pirate aura 25 pièces!

C'est équitable pour le chef.

Bonus

$$\begin{aligned} 1) \quad 10080 &= 1 \times 10080 \\ &= 2 \times 5040 \\ &= 3 \times 3360 \\ &= 4 \times 2520 \\ &= 5 \times 2016 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10080 &= 6 \times 1680 \\ &= 7 \times 1440 \\ &= 8 \times 1260 \\ &= 9 \times 1120 \\ &= 10 \times 1008 \end{aligned}$$

Donc 10080 est peut-être.

2) Pour être peut-être, il est divisible par 10, donc par 5 et 2

3, donc par 3

8, divisible par 2^3

6, divisible par 2 et 3

4, divisible par 2^2

$$\text{On effectue donc } \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8 \times \underbrace{3 \times 3}_9 \times 5 \times 7 = 2520.$$