

Quelques rappels

La division euclidienne est une opération qui, à deux entiers naturels appelés dividende et diviseur associe deux autres entiers appelés quotient et reste

$$a = b \times q + r \quad \text{avec } \underline{r < b}$$

- a : dividende
- b : diviseur
- q : quotient
- r : reste

On dit que a est divisible par b si le reste de la division euclidienne de a par b est nulle

que a est un multiple de b si le reste de la division euclidienne de a par b est nulle.

critères de divisibilité

- Par 2 : si le nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 alors il est divisible par 2 (c'est un nombre pair)
- Par 3 : si la somme des chiffres qui forment le nombre est divisible par 3, alors le nombre est divisible par 3
- Par 5 : si le nombre se termine par 0, 5 alors le nombre est divisible par 5
- Par 10 : si le nombre se termine par 0 alors le nombre est divisible par 10
- Par 9 : si la somme des chiffres qui forment le nombre est divisible par 9, alors le nombre est divisible par 9
- Par 4 : si le nombre composé des deux derniers chiffres de nombre de départ est divisible par 4, alors le nombre est divisible par 4.

Résolution du problème

Le nombre cherché est compris entre 400 et 450

1) On cherche d'abord un nombre qui est divisible par 2, 3, 4 et 5

400 - ~~401~~ - ~~402~~ - ~~403~~ - ~~404~~ - ~~405~~ - ~~406~~ - ~~407~~ - ~~408~~ - ~~409~~

410 - ~~411~~ - ~~412~~ - ~~413~~ - ~~414~~ - ~~415~~ - ~~416~~ - ~~417~~ - ~~418~~ - ~~419~~

420 - ~~421~~ - ~~422~~ - ~~423~~ - ~~424~~ - ~~425~~ - ~~426~~ - ~~427~~ - ~~428~~ - ~~429~~

430 - ~~431~~ - ~~432~~ - ~~433~~ - ~~434~~ - ~~435~~ - ~~436~~ - ~~437~~ - ~~438~~ - ~~439~~

440 - ~~441~~ - ~~442~~ - ~~443~~ - ~~444~~ - ~~445~~ - ~~446~~ - ~~447~~ - ~~448~~ - ~~449~~

✓ Nombre impair donc pas divisible par 2

✓ Nombre non divisible par 5

Il reste ~~400~~ - ~~410~~ - ~~420~~ - ~~430~~ - ~~440~~

✓ Nombre pas divisible par 3

Il reste 420, vérifions qu'il est divisible par 4 : on prend les deux derniers chiffres 20 et 20 est divisible par 4.

Conclusion.

On a trouvé un nombre 420 qui est divisible par 2, 3, 4 et 5
or il faut que le nombre cherché ait un reste de 1 dans
la division euclidienne de 420 par 2, 3, 4 et 5.

on peut $420 + 1 = 421$

Vérifions que 421 est la solution.

$$\begin{array}{l} 421 = 2 \times 210 + 1 \\ 421 = 3 \times 140 + 1 \\ 421 = 4 \times 105 + 1 \\ 421 = 5 \times 84 + 1 \end{array}$$

Yann a donc 421 DVD.

Remarque

Sur le calculateur, on utilise le symbole \boxed{F} pour calculer la division euclidienne.

par ex $421 \boxed{F} 5$ renvoie $Q = 84 ; R = 1$
quotient 84 reste 1