Trigonométrie

Exercice 1

1) Le triangle DEF est un triangle rectangle en D
d'après le théorème de Pythagore

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

$34^2 = 16^2 + DF^2$

$DF^2 = 34^2 - 16^2$

$DF^2 = 900$

donc $DF = \sqrt{900} = 30$ m

DF mesure 30 m

2)

$$\cos(\widehat{DEF}) = \frac{DE}{EF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\sin(\widehat{DEF}) = \frac{DF}{EF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

$$\tan(\widehat{DEF}) = \frac{DF}{DE} = \frac{30}{16} = \frac{15}{8}$$

Exercice 2

Dans le triangle rectangle ABC rectangle en C

a) [AB] représente l'hypoténuse

b) Pour l'angle $\widehat{BAC}$, le côté [BC] est le côté opposé

c) $\sin(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{BA}$ donc $\sin(37) = \frac{BC}{2{,}5}$

$BC = 2{,}5 \times \sin(37)$

$BC \simeq 1{,}5$ cm

Exercice 3

Le triangle RBU est rectangle en V

$\cos\left(\widehat{BRV}\right) = \frac{RV}{BR}$ donc $\cos(52) = \frac{RV}{7}$

d'où $RV = 7 \times \cos(52)$

$RV \simeq 4{,}3$ cm

Exercice 4

TIR est un triangle rectangle en T

$\sin\left(\widehat{RIT}\right) = \frac{TR}{IR}$ donc $\sin\left(\widehat{TIR}\right) = \frac{2}{3{,}5}$

$\widehat{TIR} = \arcsin\left(\frac{2}{3{,}5}\right) \simeq 35°$

Exercice 5

Le triangle AEL est rectangle en E

a) utilisons l'angle $\widehat{EAL}$.

$\tan\left(\widehat{EAL}\right) = \frac{EL}{EA}$

donc $\tan(65°) = \frac{EL}{6}$ d'où $EL = 6 \times \tan(65)$

$EL \simeq 12{,}9$ cm

b) $\cos\left(\widehat{EAL}\right) = \frac{AE}{AL}$

donc $\cos(65) = \frac{6}{AL}$ d'où $AL = \frac{6}{\cos(65)}$

$AL \simeq 14{,}2$ cm

Exercice 6

1) Le triangle DFE rectangle en F

d'après le théorème de Pythagore

$ED^2 = FD^2 + FE^2$

$ED^2 = 1{,}4^2 + 4{,}8^2$

$ED^2 = 25$

donc $ED = \sqrt{25} = 5$ cm

$\cos(\widehat{DEF}) = \dfrac{FE}{DE}$ donc $\cos(\widehat{DEF}) = 0{,}96$

donc $\widehat{DEF} = \arccos(0{,}96)$

$\widehat{DEF} \approx 16°$

b) $\widehat{EDF} = 90° - 16° \approx 74°$ (plutôt que de le calculer par une formule de trigonométrie)

Exercice 7

Dans le triangle ABI : $\widehat{IAB} + \widehat{ABI} + \widehat{AIB} = 180°$

$\widehat{AIB} = 180° - \widehat{IAB} - \widehat{IBA}$

$= 180° - 37° - 53°$

$= 180° - 90°$

$= 90°$

Donc le triangle ABI est rectangle en I.

Calculons AI : $\cos(\widehat{IAB}) = \dfrac{AI}{AB}$

donc $\cos(37°) = \dfrac{AI}{600}$

$AI = 600 \times \cos(37°)$

$AI \approx 479\ m$

et $\cos(\widehat{ABI}) = \dfrac{BI}{AB}$ donc $\cos(53°) = \dfrac{BI}{600}$

$BI = 600 \times \cos(53)$

$BI \approx 361\ m$

Exercice 8

1) Le triangle COA est rectangle en C

$\cos(\widehat{COA}) = \dfrac{CO}{AO}$ donc $\cos(\widehat{COA}) = \dfrac{10}{30}$

$\widehat{COA} = \arccos\left(\dfrac{10}{30}\right)$

$\widehat{COA} \approx 70{,}5°$

2 a) de même OCB est rectangle en C

utilisons le théorème de Pythagore

$OB^2 = OC^2 + CB^2$

$= 10^2 + 1,6^2$

$= 102,56$

donc $OB = \sqrt{102,56}$ $\quad OB \approx 10,13$ m

b) $\cos(\widehat{BOC}) = \dfrac{OC}{OB}$ donc $\cos(\widehat{BOC}) \approx \dfrac{10}{10,13}$

$\widehat{BOC} \approx 9,2°$

3) $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} + \widehat{COB}$

donc $\widehat{AOB} \approx 79,7°$, proche de 80° indiqué.

Exercice 9

a) le triangle ABD est rectangle en B

d'après le théorème de Pythagore

$AD^2 = BD^2 + AB^2$

$BD^2 = AD^2 - AB^2$

$= 2341^2 - 800^2$

$BD^2 = 4\,840\,281$

$BD \approx 2200$ m

(Autre solution, calcul l'angle $\widehat{ADB}$ avec le sin puis calculer le cos pour en déduire BD)

d'où $BD + BA \approx 2200 + 800$

≈ 3000 m.

b) $\sin(\widehat{ADB}) = \dfrac{AB}{AD}$ donc $\sin(\widehat{ADB}) = \dfrac{800}{2341}$

$\widehat{ADB} \approx 20°$

Exercice 10

- Procédons en deux étapes : - calcul BC
  - calcul de CD.

- le triangle ABC est rectangle en C

d'après le théorème de Pythagore

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$30^2 = 25^2 + BC^2$

$BC^2 = 900 - 625$

$BC^2 = 275$

$BC = \sqrt{275} \simeq 16{,}6$ cm

- $\tan(\widehat{CAD}) = \dfrac{CD}{AC}$ donc $\tan(49°) = \dfrac{CD}{25}$

donc $CD = 25 \times \tan(49)$

$\simeq 28{,}8$ cm

d'où $BD = BC + CD$

$\simeq 16{,}6 + 28{,}8$

$\simeq 45{,}4$ cm.