Corrigé DM Triangles égaux

Ex 58 p182

On sait que $CD = AE = BF$ (1)

et $AD + DC = AC$

donc $AD = AC - DC$

de (1), on obtient $AD = AB - AE$

$AD = EB$

Dans les triangles ADE et EFB :

- $AD = EB$
- $AE = FB$ (d'après 1)
- $\widehat{DAE} = \widehat{EBF} = 60°$ (triangle équilatéral)

Donc les triangles ADE et EFB sont égaux.

et [EF] et [ED] sont homologues donc $EF = ED$ (a)

on refait la même démonstration pour les triangles EBF et DCF

qui sont égaux.

Les côtés [DF] et [EF] sont homologues, donc $DF = EF$ (b)

D'où $\underbrace{EF}_{(a)} = \underbrace{ED}_{(b)} = DF$.

Un triangle qui a trois côtés égaux est un triangle équilatéral.

EFD est un triangle équilatéral.

Ex 60 p182

(BD) coupe les droites (DC) et (AB) et (DC) // (AB) (parallélogramme)

$\widehat{CBD}$ et $\widehat{ADI}$ sont alternes-internes.

or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure

donc $\widehat{ADI} = \widehat{CBJ}$.

De plus comme ADCB est un parallélogramme, AD = BC

et d'après l'énoncé, DI = JB

or si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux.

donc <u>AID et CJB sont égaux</u>.

Les deux triangles sont égaux, <u>[IA] et [JC] sont homologues</u>

donc <u>IA = JC</u>.

<u>Ex 62 p 183</u>

a) ABCD est un parallélogramme et O le point d'intersection des diagonales.

Dans les triangles OBC et OAD, on a :

- $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ car ces angles sont opposés par le sommet donc de même mesure
- AO = OC
- OD = OB

} car les diagonales se coupent en leur milieu dans un parallélogramme.

or si deux triangles ont un angle de même mesure, compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux

donc OBC et OAD sont égaux.

b) Pour les triangles OAL et OJC

$(AL) \perp (BD)$ et $(JC) \perp (BD)$

<u>or</u> si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

donc $\underline{(AL) \parallel (JC)}$

$(AL) \parallel (JC)$ et (AC) sécantes aux droites (AL) et (JC)

$\widehat{OAL}$ et $\widehat{JCO}$ sont alternes-internes

<u>or</u> si deux droites sont parallèles, coupées par une sécante et forment des angles alternes-internes, alors ces angles sont de même mesure.

donc $\underline{\widehat{OAL} = \widehat{OCJ}}$

de plus $\underline{\widehat{AOL} = \widehat{JOC}}$ (angles opposés par le sommet)

et $\underline{AO = OC}$ (parallélogramme - diagonales qui se coupent en leur milieu).

<u>or</u> si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux.

donc <u>OAL et OJC sont égaux.</u>

c) OAL et OJC sont égaux donc [OJ] et [OL] sont homologues

et $\underline{OJ = OL}$

de plus <u>J, O, L sont alignés</u> donc <u>O milieu de [JL]</u>

De la même façon, OID et BKO sont égaux, donc

[OK] et [OI] sont homologues et $\underline{OK = OI}$

comme <u>ils sont alignés</u>, <u>O milieu de [KI]</u>

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme,

donc <u>IJKL est un parallélogramme</u>

<u>Ex 42 p 179</u>

a) . AD est commun aux triangles DB_1A et DB_2A.

- $AB_1 = AB_2$ (codage)
- $\widehat{DAB_1} = \widehat{DAB_2}$ (codage)

<u>or</u> si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux.

donc ADB_1 et ADB_2 sont égaux.

b) $[DB_1]$ et $[DB_2]$ sont homologues car ADB_1 et ADB_2 sont égaux

donc $DB_1 = DB_2$

Parcours ① $= DB_1 + B_1A$.

Parcours ② $= DB_2 + B_2A$

$DB_1 = DB_2$ et $AB_1 = AB_2$

donc <u>Parcours ① = Parcours ②</u>

Ex 62 p 183

a) . $\widehat{BCA'} = \widehat{BCA} + \widehat{ACA'}$ $\widehat{BCA'}$ est un angle plat

$\widehat{ACA'} + \widehat{BCA} = 180°$

Dans un triangle équilatéral, les angles mesurent 60°

donc $\widehat{ACA'} = 180° - 60° = 120°$

. $\widehat{CAB'} = \widehat{CAB} + \widehat{BAB'}$

donc $\widehat{BAB'} + 60° = 180°$

$\widehat{BAB'} = 120°$

donc $\widehat{ACA'} = \widehat{BAB'}$

b) . $CB' = \underbrace{CA + AB' = AB}_{\text{triangle équilatéral}} + BC' = AC'$

De plus . $CA' = AB'$

et $\widehat{ACA'} = \widehat{BAB'}$

or si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors ils sont égaux.

<u>donc</u> $B'CA'$ et $C'AB'$ sont égaux.

c) on raisonne de manière analogue sur les angles et les côtés, donc

$C'AB'$ et $A'BC'$ sont égaux

d) Dans les triangles égaux $B'CA'$ et $C'AB'$, les côtés $[A'B']$ et $[B'C']$ sont homologues donc $A'B' = B'C'$

Dans les triangles égaux $C'AB'$ et $A'BC'$, les côtés $[B'C']$ et $[C'A']$ sont homologues donc $B'C' = C'A'$

Donc $A'B' = B'C' = C'A'$ et le triangle $A'B'C'$ est équilatéral.