Calcul littéral 1 - supplement

Exercice 1

Donner la forme réduite des expressions suivantes :

a. $(3x+4)-(x^2-4x+2)$

b. $-(x+3)+x^2-x+2$

c. $(x^2+3x+4)-(5x^2+6x+7)$

d. $-(x^2-2)+(3x^2+4x)$

e. $-(3x^2+4x-8)-(2x-4)$

f. $(3x+2)-5x+6-(-6x+2)$

Correction 1

a. $(3x+4)-(x^2-4x+2) = 3x+4-x^2+4x-2$
$= -x^2+7x+2$

b. $-(x+3)+x^2-x+2 = -x-3+x^2-x+2 = x^2-2x-1$

c. $(x^2+3x+4)-(5x^2+6x+7)$
$= x^2+3x+4-5x^2-6x-7 = -4x^2-3x-3$

d. $-(x^2-2)+(3x^2+4x) = -x^2+2+3x^2+4x$
$= 2x^2+4x+2$

e. $-(3x^2+4x-8)-(2x-4)$
$= -3x^2-4x+8-2x+4 = -3x^2-6x+12$

f. $(3x+2)-5x+6-(-6x+2)$
$= 3x+2-5x+6+6x-2 = 4x+6$

Exercice 2

1. A l'aide d'un contre-exemple, établir que les égalités ci-dessous sont fausses :
   a. $(x+1)(2x-1) = x^2+x$
   b. $3-(x^2+x) = (3x+1)(3-x)$
   c. $x^2+x+4 = (5x+1)(4-5x)$
2. A l'aide de développement et de réduction, établir chacune des égalités suivantes :
   a. $(2x-1)(1-x) = -2x^2+3x-1$
   b. $(3x+1)(2x-1) = 11x-1-6x(2-x)$

Correction 2

1. a. Pour $x=0$, on a :
   - $(x+1)(2x-1) = (0+1)(2\times 0-1) = 1\times(-1) = -1$
   - $x^2+x = 0^2+0 = 0$

   Ces deux expressions ne sont égales car elles sont déjà distinctes pour $x=0$.

   b. Pour $x=1$, on a :
   - $3-(x^2+x) = 3-(1^2+1) = 3-(1+1) = 3-2 = 1$
   - $(3x+1)(3-x) = (3\times 1+1)(3-1) = (3+1)\times 2$
     $= 4\times 2 = 8$

   Ces deux expressions ne sont pas égales.

   c. Pour $x=1$:
   - $x^2+x+4 = 1^2+1+4 = 1+1+4 = 6$
   - $(5x+1)(4-5x) = (5\times 1+1)(4-5\times 1)$
     $= (5+1)(4-5) = 6\times(-1) = -6$

2. a. On a le développement suivant :
   $(2x-1)(1-x) = 2x\times 1-2x\times x-1\times 1-1\times(-x)$
   $= 2x-2x^2-1+x = -2x^2+3x-1$

   b. L'égalité s'établit en développant et en réduisant séparemment ces deux expressions :
   - $(3x+1)(2x-1)$
     $= 3x\times 2x+3x\times(-1)+1\times 2x+1\times(-1)$
     $= 6x^2-3x+2x-1 = 6x^2-x-1$
   - $11x-1-6x(2-x) = 11x-1-6x\times 2-6x\times(-x)$
     $= 11x-1-12x+6x^2 = 6x^2-x-1$

   Ces deux expressions sont égales car elles admettent la même forme développée et réduite.

Exercice 3

On considère les deux expressions ci-dessous :
$A = 2x^2+x-7 \quad ; \quad B = 3(x-2)+3$

1. a. Evaluer les expressions A et B pour $x=2$.
   b. Evaluer les expressions A et B pour $x=-1$.
2. Les deux expressions A et B sont-elles égales pour toutes valeurs de x ? Justifier votre affirmation.

Correction 3

1. a. On a les deux évalutions suivantes pour $x=2$:

A	B
$A = 2x^2+x-7$	$B = 3(x-2)+3$
$= 2\times 2^2+2-7$	$= 3(2-2)+3$
$= 2\times 4+2-7$	$= 3\times 0+3$
$= 8+2-7$	$= 3$
$= 10-7$	
$= 3$	

   b. Pour $x=-1$, on a les deux valeurs suivantes :

A	B
$A = 2x^2+x-7$	$B = 3(x-2)+3$
$= 2(-1)^2+(-1)-7$	$= 3\big[(-1)-2\big]+3$
$= 2-1-7$	$= 3\times(-3)+3$
$= -6$	$= -9+3$
	$= -6$

2. Non, elles ne sont pas égales pour toutes les valeurs de x. Pour prouver cette affirmation, il suffit d'observer que

pour $x=0$, on a : $A=-7$; $B=3$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $3(x+2)+2(2x-1)$ b. $2(-x-2)(2x-6)$

c. $3x(2x-4)-5(4-x)$ d. $(2x-5)(x+1)$

e. $-(x+2)+3(2x^2+1)$ f. $-(x-3)(7-2x)$

Correction 4

a. $3(x+2)+2(2x-1) = 3x+3\times2+2\times2x-2\times1$
$= 3x+6+4x-2 = 7x+4$

b. $2(-x-2)(2x-6)$
$= 2\left[-x\times2x - x\times(-6) - 2\times2x - 2\times(-6)\right]$
$= 2\left(-2x^2+6x+4x+12\right)$
$= 2\left(-2x^2+2x+12\right) = -4x^2+4x+24$

c. $3x(2x-4)-5(4-x) = 3x\times2x-3x\times4-(5\times4-5\times x)$
$= 6x^2-12x-(20-5x) = 6x^2-12x-20+5x$
$= 6x^2-7x-20$

d. $(2x-5)(x+1) = 2x\times x+2x\times1-5\times x-5\times1$
$= 2x^2+2x-5x-5 = 2x^2-3x-5$

e. $-(x+2)+3(2x^2+1) = -x-2+3\times2x^2+3\times1$
$= -x-2+6x^2+3 = 6x^2-x+1$

f. $-(x-3)(7-2x) = (-x+3)(7-2x)$
$= -7x+2x^2+21-6x = 2x^2-13x+21$

Exercice 5

Développer et simplifier les expressions suivantes :

a. $3(x^2+4x+1)+2(x^2-1)$ c. $5x-2-(x^2+2)$

b. $2(-x^2+5x+4+x)-(3x-7)$ d. $-2x(x+1)-2(3x-5)$

Correction 5

a. $3(x^2+4x+1)+2(x^2-1)$
$= 3x^2+12x+3+2x^2-2 = 5x^2+12x+1$

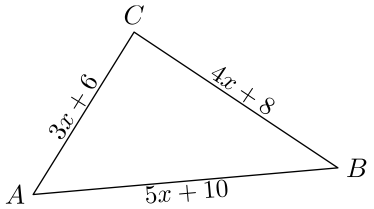
b. $5x-2-(x^2+2)$
$= 5x-2-x^2-2 = -x^2+5x-4$

c. $2(-x^2+5x+4+x)-(3x-7)$
$= -2x^2+10x+8+2x-3x+7 = -2x^2+9x+15$

d. $-2x(x+1)-2(3x-5)$
$= -2x^2-2x-6x+10 = -2x^2-8x+10$

Exercice 6

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C quelle que soit la valeur de "x" :



Correction 6

Déterminer l'expression développée et réduite du carré de chacune des longueurs du triangle ABC :

- $AC^2 = (3x+6)(3x+6) = 9x^2+18x+18x+36$
  $= 9x^2+36x+36$
- $AB^2 = (5x+10)(5x+10) = 25x^2+50x+50x+100$
  $= 25x^2+100x+100$
- $BC^2 = (4x+8)(4x+8) = 16x^2+32x+32x+64$
  $= 16x^2+64x+64$

De plus, on remarque l'égalité suivante :
$BC^2+AC^2 = \left(16x^2+64x+64\right)+\left(9x^2+36x+36\right)$
$= 25x^2+100x+100 = AB^2$

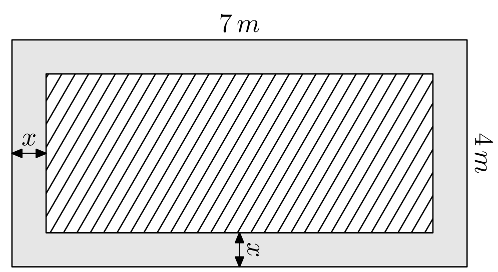
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 7

Pour cette question, faire apparaître sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Juliette possède un terrain rectangulaire de dimension $7\,m\times4\,m$ sur lequelle elle souhaite construire une piscine. Elle souhaite entourer sa piscine d'une allée ayant la même largeur tout autour de la piscine.

Cette situation est représentée dans le schéma ci-dessous :



Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'aire de la piscine :

a. $x^2-11x+28$ b. $x^2-11x-28$ c. $-x^2+11x+28$

d. $4x^2-22x+28$ e. $4x^2-22x-28$ f. $-4x^2+22x+28$

Correction 7

La piscine a pour dimension :

Longueur : $7-2x$; Largeur : $4-2x$

Ainsi, la piscine a pour aire :

$\mathcal{A} = (7-2x)(4-2x)$

$= 7\times4 + 7\times(-2x) + (-2x)\times4 + (-2x)\times(-2x)$

$= 28 - 14x - 8x + 4x^2 = 4x^2 - 22x + 28$

Ainsi, il fallait choisir la réponse d..

Exercice 8

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $5\times x + (-3)\times 2x + x\times 2x$

b. $2x\times(-2x) + (-x^2)\times(-2)$

c. $(-3)\times x + (-2x)\times(+2x) + x^2\times3$

d. $(-3x)\times(2-x) + 3\times(x^2+3)$

Correction 8

a. $5\times x + (-3)\times 2x + x\times 2x = 5x - 6x + 2x^2$

$= 2x^2 - x$

b. $2x\times(-2x) + (-x^2)\times(-2) = -4x^2 + 2x^2 = -2x^2$

c. $(-3)\times x + (-2x)\times(+2x) + x^2\times3$

$= -3x - 4x^2 + 3x^2 = -x^2 - 3x$

d. $(-3x)\times(2-x) + 3\times(x^2+3)$

$= (-3x)\times2 - (-3x)\times x + 3\times x^2 + 3\times3$

$= -6x + 3x^2 + 3x^2 + 9 = 6x^2 - 6x + 9$

Exercice 9

Parmi les égalités suivantes, dire celle qui sont vraies ou fausses. On justifiera :

- une égalité fausse par un contre-exemple ;
- une égalité vraie par la simplification des expressions littérales.

a. $2+2x=4x$ b. $3\times(x+5)=3\times x+3\times5$

c. $2\times(2+3)=2x+6$ d. $5a+35=5\times(5a+7)$

e. $3\times(x+2)+2\times(5x-1)=13x+4$

Correction 9

a. L'égalité $2+2x=4x$ est fausse car pour $x=0$:

$$\begin{cases} 2+2x = 2 \\ 4x = 0 \end{cases}$$

b. L'égalité $3\times(x+5)=3\times x+3\times5$ est vrai car d'après le développement et la simplification, on a :

$3\times(x+5) = 3\times x + 3\times5 = 3\times x + 3\times5$

c. L'égalité $2\times(2+3)=2x+6$ est fausse car pour $x=0$:

$$\begin{cases} 2\times(2+3) = 2x+6 \\ 2x+6 = 6 \end{cases}$$

d. L'égalité $5a+35=5\times(5a+7)$ est fausse car pour $x=1$

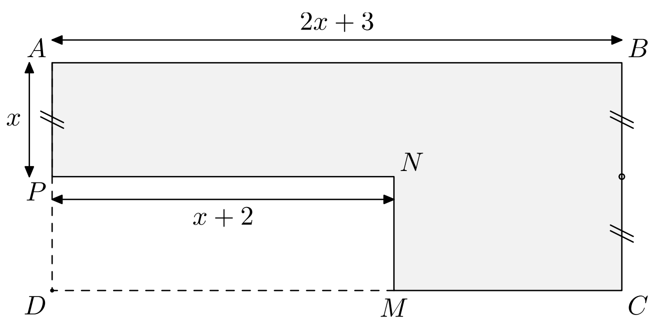
$$\begin{cases} 5a+35 = 40 \\ 5\times(5a+7) = 75 \end{cases}$$

e. L'égalité $3\times(x+2)+2\times(5x-1)=13x+4$ est vrai car en utilisant le développement et la simplification, on a :

$3\times(x+2)+2\times(5x-1) = 3x+6+10x-2 = 13x+4$

Exercice 10

On considère le polygone $ABCMNP$ grisé ci-dessous :



où les quadrilatères $ABCD$ et $MNPD$ sont des rectangles et x est la longueur du segment $[AP]$:

1. Donner l'expression du périmètre du polygone $ABCMNP$ en fonction de x.
Donner cette expression littérale sous sa forme développée et réduite.

2. Calculer le périmètre de la figure dans les cas où $x=5$

Correction 10

1. Le point M appartenant au segment $[DC]$, on en déduit :

$DC = DM + MC$

$ABCD$ et $PNMD$ étant des rectangles, on a :

$2x+3 = (x+2) + MC$

On en déduit :

$MC = 2x+1$

On en déduit la valeur du périmètre :

$\mathcal{P} = AB + BC + CM + MN + NP + PA$

$= (2x+3) + (x+x) + (x+1) + x + (x+2) + x$

$= 8x+6$

2. Dans le cas où $x=5\,cm$, on a :

$\mathcal{P} = 8\times5 + 6 = 40 + 6 = 46$

Exercice 11

Tous les calculs et toute trace de recherche, même incomplète, seront pris en compte dans l'évaluation.

Marc et Sophie se lancent des défis mathématiques. C'est au tour de Marc, il propose un programme de calcul à sa camarade :

- Choisir un nombre entier positif
- Elever ce nombre au carré
- Ajouter 3 au résultat obtenu
- Puis, multiplier par 2 le résultat obtenu
- Soustraire 6 au résultat précédent
- Enfin, prendre la moitié du dernier résultat
- Ecrire le résultat final

Sophie annonce qu'on peut passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au nombre final. A-t-elle raison?

Correction 11

En prenant x le nombre de départ, voici les transformations effectuées par le programme de calcul :

$$x \rightsquigarrow x^2 \rightsquigarrow x^2 \rightsquigarrow x^2+3 \rightsquigarrow (x^2+3)\times 2$$

$$\rightsquigarrow (x^2+3)\times 2-6 \rightsquigarrow \frac{(x^2+3)\times 2-6}{2}$$

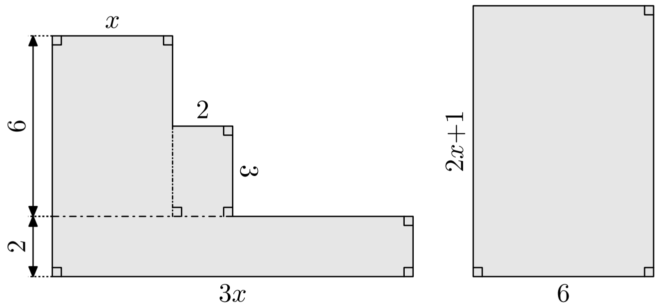
Simplifions l'expression de ce dernier résultat :

$$\frac{(x^2+3)\times 2-6}{2} = \frac{2x^2+6-6}{2} = \frac{2x^2}{2} = x^2$$

Elle a raison : il suffit de prendre le nombre de départ et de prendre son carré.

Exercice 12

On note x une longueur qui n'est pas encore déterminée.
A partir de cette longueur, on construit les deux figures ci-dessous :



Justifier que ces deux figures ont la même aire quelque soit la valeur de x.

Correction 12

- La première figure est composée de trois rectangles. Ainsi, l'aire de cette figure s'exprime par :
  $\mathcal{A}_1 = 6\times x + 2\times 3 + 2\times 3x = 6x+6+6x = 12x+6$
- La seconde figure est un rectangle dont l'aire s'exprime par :
  $\mathcal{A}_2 = 6\times(2x+1) = 6\times 2x + 6\times 1 = 12x+6$

ex. 1 c4475.pdf
ex. 2 c1927.pdf
ex. 3 c4490.pdf
ex. 4 c1082.pdf
ex. 5 c4474.pdf
ex. 6 c1949.pdf
ex. 7 c6343.pdf
ex. 8 c62.pdf
ex. 9 c1239.pdf
ex. 10 c1252.pdf
ex. 11 c5700.pdf
ex. 12 c6323.pdf